85 p.76 PYRAM

a) Comme on l'a vu ce matin c'est important de bien montrer comment on construit les points L et K, du coup j'ai bien détaillé :

Pour placer L on part de $\overrightarrow{LP} = 3.\overrightarrow{LY}$, on insère P entre L et Y :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{LP} &= 3.(\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{PY}) && \text{(Chasles)} \\
&= 3.\overrightarrow{LP} + 3.\overrightarrow{PY} && \text{ainsi :} \\
\overrightarrow{LP} - 3.\overrightarrow{LP} &= 3.\overrightarrow{PY} \\
-2.\overrightarrow{LP} &= 3.\overrightarrow{PY} && \text{en passant à l'opposé :} \\
2.\overrightarrow{PL} &= 3.\overrightarrow{PY} && \text{en divisant les 2 membres par 2 :} \\
\overrightarrow{PL} &= \frac{3}{2}.\overrightarrow{PY} && (E1)
\end{aligned}$$

On peut placer L sur (PY)

Pour construire K, on part de $4\overrightarrow{KL} - \overrightarrow{KR} = \overrightarrow{0}$, on insère L entre K et R :

$$\begin{aligned}
4\overrightarrow{KL} - (\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LR}) &= \overrightarrow{0} && \text{on enlève les "()" en tenant compte du "-" :} \\
4\overrightarrow{KL} - \overrightarrow{KL} - \overrightarrow{LR} &= \overrightarrow{0} \\
3\overrightarrow{KL} - \overrightarrow{LR} &= \overrightarrow{0} && \text{soit :} \\
3\overrightarrow{KL} &= \overrightarrow{LR} && \text{soit en passant à l'opposé :} \\
3\overrightarrow{LK} &= -\overrightarrow{LR} && \text{et en divisant par 3 les 2 membres :} \\
\overrightarrow{LK} &= -\frac{1}{3}\overrightarrow{LR} && \text{(E2)}
\end{aligned}$$

On peut placer K sur (LR)

Dessin sur le fichier joint pyra.pdf

b) **Solution géométrique simple à suivre sur le dessin :**
Observons le plan (PRY) , la droite (PY) est dans ce plan donc comme $L \in (PY)$ on a $L \in (PRY)$.
Or comme L et R sont dans le plan (PRY), la droite (LR) est toute entière dans (PRY) donc K qui appartient à (LR) est aussi dans le plan (PRY).
Ainsi P,Y,R,K dont coplanaires dans (PRY).

Solution avec les vecteurs en utilisant les résultats de a :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{RK} &= \overrightarrow{RL} + \overrightarrow{LK} && \text{Chasles} \\
&= \overrightarrow{RL} - \frac{1}{3}\overrightarrow{LR} && \text{à cause de a (E2)} \\
&= \overrightarrow{RL} + \frac{1}{3}\overrightarrow{RL} && \text{pour enlever le "-" on change le sens du vecteur} \\
&= (1 + \frac{1}{3}).\overrightarrow{RL} = \frac{4}{3}.\overrightarrow{RL}
\end{aligned}$$

On insère P entre R et L :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{RK} &= \frac{4}{3}.(\overrightarrow{RP} + \overrightarrow{PL}) \qquad \text{et à cause de a (E1) on a :}\\
&= \frac{4}{3}.(\overrightarrow{RP} + \frac{3}{2}.\overrightarrow{PY}\\
&= \frac{4}{3}.\overrightarrow{RP} + \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}.\overrightarrow{PY} \qquad \text{on a multiplié les fractions}\\
&= \frac{4}{3}.\overrightarrow{RP} + 2.\overrightarrow{PY} \qquad \text{en insérant R entre P et Y on a :}\\
\overrightarrow{RK} &= \frac{4}{3}.\overrightarrow{RP} + 2.(\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RY})\\
&= \frac{4}{3}.\overrightarrow{RP} + 2.(-\overrightarrow{RP} + \overrightarrow{RY})\\
&= \frac{4}{3}).\overrightarrow{RP} - 2.\overrightarrow{RP} + 2.\overrightarrow{RY} \qquad \text{RP en facteur}\\
&= (\frac{4}{3} - 2).\overrightarrow{RP} + 2.\overrightarrow{RY}\\
&= (\frac{4}{3} - \frac{6}{3}).\overrightarrow{RP} + 2.\overrightarrow{RY}\\
\overrightarrow{RK} &= -\frac{2}{3}).\overrightarrow{RP} + 2.\overrightarrow{RY}
\end{aligned}$$

$\overrightarrow{RK}$ est combinaison linéaire de $\overrightarrow{RP}$ et de $\overrightarrow{RY}$, ces trois vecteurs sont donc coplanaires ainsi que les points R,K,P et Y.